


MATEMATIKA

- ML Je dán trojúhelník ABC se stranami $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 7$ cm a $|AC| = 6$ cm. Uvnitř strany AB leží bod X tak, že $|AX| = 6$ cm a podobně uvnitř strany AC se nachází bod Y, pro který $|AY| = 5$ cm. Vyjádřete zlomkem v základním tvaru poměr obsahů trojúhelníků AXY a ABC (tzn. poměr $\frac{S_{\Delta AXY}}{S_{\Delta ABC}}$).
- Michal psal po sobě jdoucí přirozená čísla: 123456789101112131415.... Jaké číslice napsal na 2018. a 2019. místě?
- ML Jožo z Žiliny si pořídil létající koberec. Jeho přítel Ruda z Ostravy si koupil sedmimílové boty. Pak se oba zúčastnili legendárního dvanáctihodinového závodu v Le Mans. Během závodu si oba udělali přestávku na oběd, která u obou trvala jednu hodinu. Kdyby Ruda neobědval, předběhl by Joža o 51 kilometrů. Kdyby neobědval Jožo, předběhl by Rudu o 28 kilometrů? Kdo z nich byl rychlejší a jak daleko od sebe by skončili, kdyby oba jeli bez přestávky?
- ML Dveře na obrázku jsou vyrobené ze skla a ze dřeva. Jakou plochu zabírá dřevěná část, pokud víme, že celé dveře mají plochu 3 m^2 ?
- ML Když vynásobíme součet babiččina a dědečkova věku jejich rozdílem a k výsledku oba věky přičteme, dostaneme číslo 492. Kolik let je dědečkovi, víme-li, že je starší než babička, 50 let už slavil a 80 let mu ještě nebylo?
- ML Tři synové si měli rozdělit dědictví po otci, po němž zbyly dva účty v bance a jeden dluh. V závěti se píše, že peníze z prvního účtu se mají rozdělit mezi prvního a druhého syna v poměru 1:2, peníze z druhého účtu mezi prvního a třetího syna v poměru 2:3 a dluh mají uhradit druhý a třetí syn v poměru 2:3. Spočítejte, jakou částku otec naspořil na prvním a druhém účtu a také kolik dlužil, jestliže víte, že každý ze synů dostal 123456 Kč.
- ML V číselné posloupnosti je každé číslo určené součtem druhých mocnin cifer předchozího čísla. Jaké číslo je v posloupnosti na 2019 místě, víme-li že prvním členem posloupnosti je číslo 29?
- ML Uvažme čtyřciferné číslo s různými ciframi. Každou z nich pak nahradíme aritmetickým průměrem zbývajících číslic. Které nejmenší a které největší číslo můžeme takto vytvořit?
- ML Tři přátelé si byli zaplavat v jezeře, které má tvar kruhu. Všichni začali plavat ze stejného místa u břehu. Julča plavala přímo na jih, Věrka na východ a Standa rovnou přes střed jezera. Všichni doplávali ke břehu ve stejnou chvíli a zjistili, že kdyby se měli setkat u Věrky, ušli by po břehu o čtvrtinu delší trasu než kdyby se setkali u Julči. Kdo z nich plaval nejpomaleji? Které místo je pro jejich setkání nejvýhodnější (nejméně se nachodí)? Narýsuj trajektorie jejich pohybu.?
- ML Tři přátelé si byli zaplavat v jezeře, které má tvar kruhu. Všichni začali plavat ze stejného místa u břehu. Julča plavala přímo na jih, Věrka na východ a Standa rovnou přes střed jezera. Všichni doplávali ke břehu ve stejnou chvíli a zjistili, že kdyby se měli setkat u Věrky, ušli by po břehu o čtvrtinu delší trasu než kdyby se setkali u Julči. Kdo z nich plaval nejpomaleji? Které místo je pro jejich setkání nejvýhodnější (nejméně se nachodí)? Narýsuj trajektorie jejich pohybu.
- SML Při výrobě betonu vhodil zedník do míchačky vždy 4 lopaty šterku, 2 lopaty písku a 1 lopatu cementu. Po dokončení práce zjistil, že do betonu dal dohromady 350 lopat materiálu. Kolik lopat šterku bylo v betonu?
- SML Ulice na obrázku se jmenuje Barevná. Najdete tam modrý, červený, žlutý, růžový a zelený dům. Domy jsou očíslovány od 1 do 5. Víme, že:
 - modrý a žlutý dům jsou označeny sudými čísly,
 - červený dům sousedí pouze s modrým domem,
 - modrý dům stojí mezi zeleným a červeným domem.
 Jakou barvu má dům číslo tři?
 
- ST Najděte kubickou rovnici (ve tvaru $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$) s celočíselnými koeficienty a, b, c , která má kořen $\sqrt[3]{2} + 3 + \sqrt[3]{4}$.
- ST Najděte nejmenší **liché** přirozené číslo n takové, že n^3 má sedmkrát více (kladných) dělitelů než n .
- ST Jaký je největší počet kuliček o průměru 1, které můžeme naskládat do krychlové krabice o hraně délky 4?
- ST Z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 byla vytvořena všechna možná čtyřmístná čísla s různými ciframi. Najděte součet těchto čísel.
- ST Jaké cifry musíme umístit namísto nul na třetím a pátém místě v čísle 3000003 tak, abychom získali číslo dělitelné číslem 13? Najděte všechny možnosti.
- ST Najděte vztah vyjadřující součet $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n}$ v závislosti na n .
- ST Nalezněte všechna celá čísla x, y , která jsou řešením rovnice: $1 + x + x^2 + x^3 = 2^y$.
- ST Uvažme trojmístná čísla n taková, že poslední trojčíslí čísla n^2 je shodné s číslem n .

9. st V urně jsou jen bílé a černé kuličky, jejichž počet zaokrouhlen na stovky je 1000. Pravděpodobnost vytažení dvou černých kuliček je o $\frac{17}{43}$ větší než pravděpodobnost vytažení dvou bílých kuliček. Kolik bílých a kolik černých kuliček je v urně? (Pravděpodobnost vytažení kterékoli kuličky je stejná).
10. st Je dán lichoběžník $ABCD$ se základnou AB délky a , v němž oba úhly ABC, ADB jsou pravé. Na straně AB leží bod M tak, že úsečka MD je kolmá na AC a úsečka MC je kolmá na BD . Určete délky ostatních stran lichoběžníku.

FYZIKA

1. ML Martin chodí ze školy obvykle pěšky. Pokud jede na kole, jeho průměrná rychlost zvýší o 10 km/h a doba, kterou mu trvá cesta, se zkrátí o 15 minut. Přijede-li pro něj otec autem, průměrná rychlost se zvýší šestkrát a čas se zkrátí o 20 minut. Jak daleko to má Martin do školy (trasa do školy je ve všech případech stejná)?
2. ML U Hotelu Excelsior je atmosférický tlak 923 hPa. Jaký atmosférický tlak (v hPa) je možné očekávat u turistické chaty Kamenitý, na kterou se během našeho pobytu několikrát podíváme?
3. ML Určete hmotnost uhlí o výhřevnosti $30 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, které musíme spálit v kotli, aby se voda o hmotnosti $6 \cdot 10^3 \text{ kg}$ a teplotě 10°C ohřála na teplotu 100°C a při této teplotě se ještě vypařilo 10^3 kg vody. Měrná tepelná kapacita vody je $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo vypařování vody při teplotě 100°C je $2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ a účinnost kotle je 70 %.
4. ML Balón klesá rovnoměrným pohybem svisle dolů. Hmotnost balónu včetně zátěže je 1 500 kg. Aerostatická vztlaková síla působící na balón má velikost 12 500 N. Jakou část zátěže musí posádka balónu shodit, aby se pohyb balónu změnil na pohyb rovnoměrný svisle vzhůru se stejně velkou rychlostí? Odporová síla, kterou působí vzduch na pohybující se balón, je v obou případech stejná.
5. ML Těleso urazí při rovnoměrně zrychleném pohybu dráhu s za dobu t . Velikost rychlosti tělesa se v porovnání s počáteční rychlostí za tuto dobu zvětší n -krát. Určete velikost jeho zrychlení.
6. ML Těleso urazí při rovnoměrně zrychleném pohybu dráhu s za dobu t . Velikost rychlosti tělesa se v porovnání s počáteční rychlostí za tuto dobu zvětší n -krát. Určete velikost jeho zrychlení.
7. ML Stanovte hmotnostní frakce izotopů titanu ^{46}Ti , ^{47}Ti , ^{48}Ti , ^{49}Ti , ^{50}Ti v přírodním čistém titanu, známe-li četnost jejich zastoupení (tzv. abundance, viz <http://www.nndc.bnl.gov/chart/>) a relativní atomové hmotnosti těchto izotopů (http://physics.nist.gov/cgi-bin/Compositions/stand_alone.pl).
1. st Učitel fyziky Radim nás chce potěšit sestavením funkčního modelu mikroskopu. Má k dispozici optickou lavici a spojné čočky s ohniskovými vzdálenostmi 50 mm a 500 mm. Rád by dosáhl úhlového zvětšení 10. Jak daleko má od sebe čočky umístit a kam před objektiv má umístit diapositiv jako předmět zobrazování?
2. st Do jaké rychlosti se liší „korekční relativistická odmocnina“ od jedničky o méně než 1 %?
3. st Letadlo letí z bodu A do bodu B a okamžitě se vrací zpět. Rychlost letadla vzhledem k Zemi za bezvětří je v . Určete průměrnou velikost rychlosti letadla vzhledem k Zemi během celé cesty v těchto dvou případech: fouká stálý vítr o rychlosti u vzhledem k Zemi a) podél úsečky AB, b) kolmo na úsečku AB.
4. st V Dewarově nádobě jsou 2 litry kapalného dusíku teploty -195°C . Za 24 h se vypařila polovina kapalného dusíku. Určete skupenské teplo vypařování kapalného dusíku, bylo-li zjištěno, že za dobu 22,5 h v téže nádobě roztaje 40 g ledu, který má teplotu 0°C . Teplota okolního vzduchu je 20°C . Hustota kapalného dusíku je $800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, skupenské teplo tání ledu $3,3 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$. Rychlost přenosu tepla dovnitř nádoby je přímo úměrná teplotnímu rozdílu mezi okolím a vnitřním prostorem nádoby.
5. st Ve válci objemu V , který je naplněn plynem, je ochranný ventil ve tvaru malého válce s pružinou a pístem. Pružina má tuhost k . Při teplotě T_1 se píst nachází ve vzdálenosti l od otvoru, kterým se může plyn dostat do atmosféry. Na jakou teplotu T_2 je nutné ohřát plyn ve válci, aby ventil vypustil část plynu do atmosféry? Obsah plochy pístu je S , hmotnost plynu ve válci m , jeho molární hmotnost M . Objem válce ventilu je zanedbatelně malý vzhledem k objemu nádoby s plynem.
6. st Homogenní magnetické pole indukce B je kolmé k rovině, která obsahuje kruhovou smyčku poloměru $D = 20 \text{ cm}$ z měděného vodiče (měrný odpor mědi $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$). Průměr vodiče je $d = 2 \text{ mm}$. Jak rychle se musí měnit magnetická indukce (podíl změny indukce a času), aby se ve vodiči indukoval elektrický proud 10 A?
7. st Sklep, jehož podlaha o obsahu 50 m^2 je v hloubce 3 m pod úrovní okolí, zaplavila voda do výšky 80 cm. Za jakou dobu vyčerpá tuto vodu čerpadlo o příkonu 1 kW a účinnosti 75 %?

