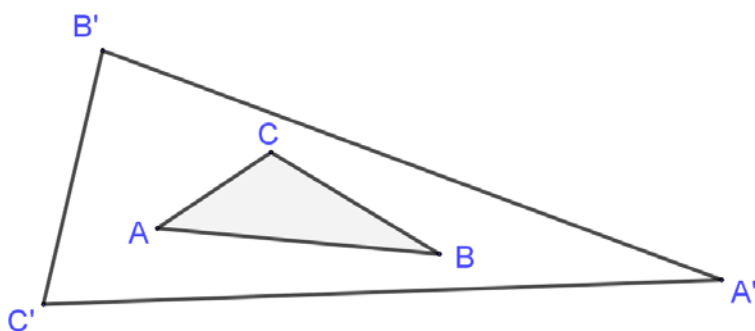


MATEMATIKA

- ML Sečteme-li největší společný dělitel a nejmenší společný násobek dvou neznámých přirozených čísel, dostaneme výsledek 121. Která jsou to čísla? Určete všechny možnosti.
- ML Ve třídě je méně než 50 dětí. Chlapců je 72% z počtu děvčat. Kolik dětí je ve třídě?
- ML V táboře se 10 chlapců rozhodlo hrát fotbal. Kolika způsoby je možné je rozdělit do dvou družstev po pěti hráčích, jestliže Matěj chce hrát s Kubou a Pepa nechce hrát s Ondrou? (Všichni hráči mají různá jména.)
- ML Z papíru jsme vystříhli obdélník $ABCD$ se stranami $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 3$ cm. Přeložíme ho tak, aby se vrchol A kryl s vrcholem C . Vypočtete délku úsečky, která vznikne přehnutím papíru (tzn. délku ohybu).
- ML Adam dostal za úkol vynásobit dvě dvojčíselná čísla. Špatně si však opsal příklad – v jednom z čísel si přehodil pořadí cifer. Tím dostal výsledek o 3816 větší, než měl být. Jaký byl správný výsledek?
- ML Maratónu v Bostonu se zúčastnilo 10 000 lidí, z toho $\frac{13}{20}$ mužů. Mužů doběhly do cíle $\frac{4}{5}$, žen doběhly do cíle $\frac{4}{7}$. Kolik lidí doběhlo do cíle? Kolik je to procent?
- ML Mezi šest dětí chceme rozdělit deset červených kuliček, patnáct kuliček modrých a dvanáct žlutých. Kolika způsoby je můžeme rozdělit tak, aby každé dítě dostalo aspoň jednu kuličku z každé barvy?
- ML Je dán trojúhelník ABC . Bod B' je bod středově souměrný s bodem B podle bodu C , bod C' je bod středově souměrný s bodem C podle bodu A , bod A' je bod středově souměrný s bodem A podle bodu B . Kolikrát je obsah trojúhelníku $A'B'C'$ větší než obsah trojúhelníku ABC ?



- ML Početnice z r. 1567: K jednomu řádu (= hostina) jsou 20 osob, jakožto muži, ženy a dívky se sešli. A mají platiti muž 2 penízky bílé, žena 1 penízek bílý a dívka jeden penízek malý (polovina bílého). Kolik jich bylo každých, je-li výše zaplaceného řádu 26.
- ML Ve fotbalovém turnaji MS hrálo každé mužstvo s každým právě jednou. Za výhru získává 2 body, za nerozhodný výsledek 1 bod, za prohru žádný bod nezíská. Vítězné mužstvo získalo celkem 7 bodů, třetí v pořadí 5 bodů a čtvrté 3 body. Kolik bylo mužstev? Své řešení podepřete ukázkou výsledné bodové tabulky s pořadím.

- ST V rovině je dán pravidelný n -úhelník $A_1A_2A_3\dots A_n$ (kde n je sudé). Z n vrcholů $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ vyberte tři tak, aby tvořily vrcholy rovnoramenného trojúhelníka. Kolika způsoby je to možné?
- ST V oboru celých čísel řešte rovnici $x^6 = y^3 + 4069$.
- ST Mějme danou posloupnost přirozených čísel, která obsahuje pouze čísla, která nejsou ani druhou ani třetí mocninou přirozeného čísla, tj. 2, 3, 5, 6, 7, 10, Najděte její pětistý člen.
- ST Mějme dáno 5 bodů v rovině, z nichž žádné tři neleží v jedné přímce. Sestrojíme všechny přímky, které procházejí těmito body, a poté z každého z daných pěti bodů sestrojíme kolmice na přímky, které daným bodem neprocházejí. Najděte největší možný počet průsečíků sestavených přímek.
- ST Spolek sportovně založených matematiků (SPOZAM) uspořádal v rámci oslav dne π (14.3 v 15:55 hod) v Žitné ulici v Praze před budovou Matematického ústavu AV ČR pro širokou veřejnost následující pořadové cvičení: všech 1156 účastníků akce se uprostřed ulice postavilo do řady a předseda spolku poté velel: „Každý první nechť udělá krok vpřed, každý druhý krok vzad, každý třetí krok vpřed, každý čtvrtý krok vzad, ..., každý 1155-tý krok vpřed a každý 1156-tý krok vzad. Který z účastníků bude po provedení všech povelů nejdále vpředu?”
- ST Uvažte reálná čísla x, y, z . Najděte všechny hodnoty parametru p tak, aby platilo $x + y + z = 4 \wedge xy + yz + zx = 4 \wedge xyz = p$.
- ST Uvažte trojúhelník, jehož obsah je 10 cm² a nechť jeho délky jsou a, b, c ($a \leq b \leq c$). Jakou nejmenší délku může mít strana b ? Určete též délky zbývajících stran trojúhelníku.
- ST Najděte všechna celá čísla a, b, c , pro která platí $1 < a < b < c$ a číslo $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$ je dělitelem čísla $abc - 1$.

9. ST V obdélníku o rozměrech 10 m a 24 m je úhlopříčkou rozdělen na dva pravoúhlé trojúhelníky. Každému z nich je vepsána kružnice. Jaká je vzdálenost jejich středů?
10. ST Radim si vymýšlel taková čtyřciferná čísla, že poslední čtyři cifry jejich druhých mocnin tvořily opět jeho číslo. Najděte všechna Radimova čísla.

FYZIKA

1. ML V jaké vzdálenosti od povrchu Země je tíhové zrychlení rovno $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?
 2. ML V olověné kouli poloměru R je vyvrtána dutina tvaru koule, která se dotýká povrchu koule a prochází jejím středem. Hmotnost koule je M . Použijte Newtonův gravitační zákon ke stanovení velikosti síly, kterou olověná koule s dutinou bude přitahovat malou kouli hmotnosti m umístěnou ve vzdálenosti $d > R$ od středu olověné koule se středem na spojnici středů olověné koule a její dutiny. Malá koule se nachází na straně přiléhající k dutině.
 3. ML Ve vrtu válcového tvaru dosahuje voda do výše 22 m. Při vnoření válcového tělesa o průměru 4 cm až ke dnu stoupla voda o 440 cm. Vypočtete průměr vrtu.
 4. ML Nákladní člun o celkové hmotnosti 4 500 t připlul z řeky do moře. Vypočtete, o kolik tun je možno zvětšit hmotnost nákladu na člunu na moři, aby ponor zůstal stejný jako v řece.
 5. ML Automobil, který začal zvyšovat svou rychlost rovnoměrně zrychleným pohybem, ujel za první dvě sekundy 16 m a za další dvě sekundy 24 m. Určete zrychlení a počáteční rychlost automobilu.
-
1. ST Halleyova kometa má oběžnou dobu kolem Slunce $T = 76$ let. Dne 19. dubna 1910 byla změřena v perihéliu její nejmenší vzdálenost od Slunce, která je rovna 0,60 UA. Vypočtete největší vzdálenost komety od Slunce v aféliu a určete poměr její největší a nejmenší rychlosti na oběžné dráze.
 2. ST Hloubkový úhel α , pod kterým pozorujeme z vyvýšeného místa skutečný horizont, se nazývá deprese horizontu. Tato deprese je na moři ve všech směrech stejná, protože se Země znatelně neliší od koule. Určete depresi horizontu pro výšku $h = 400$ m nad povrchem Země.
 3. ST Ve spektru elektromagnetického vlnění ze vzdálené galaxie jsou detekovány píky sodíku. (a) Jakou rychlostí se vzdaluje galaxie od Země, jestliže v důsledku rudého posuvu vzrostla vlnová délka čáry sodíku z hodnoty 590 nm na 658,5 nm? (b) Použijte Hubbleův zákon ke stanovení vzdálenosti této galaxie od Země.
 4. ST Představme si, že v ose Země je vykopána díra skrz Zemi. Zanedbáme-li odporové síly, jakou maximální rychlostí se bude pohybovat těleso do díry spuštěné?
 5. ST Určete závislost velikosti síly, kterou na těleso působí vodorovná podložka, na zeměpisné šířce. Těleso je vzhledem k podložce v klidu.