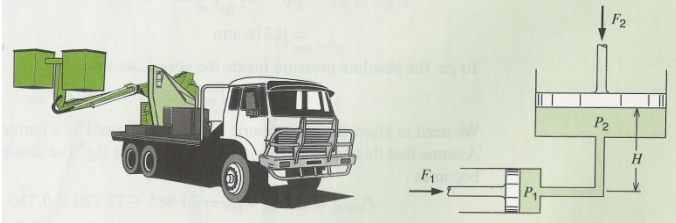


MATEMATIKA

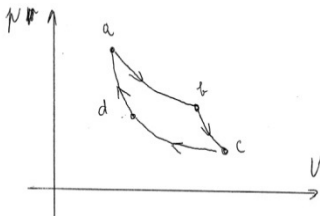
1. ^{ML} Trojčíferné číslo n má v dekadickém zápise aspoň dvě cifry stejné. Jeho šestinásobek je čtyřčíferné číslo, jehož dekadický zápis obsahuje nulu a tři stejné cifry. Která čísla n splňují tyto vlastnosti?
2. ^{ML} Hurvínek a Mánička společně navštěvují školu, do které jezdí na kole. Vyjíždějí každý ze svého domu o půl osmé a jsou domluveni tak, že když jeden dojede do školy dříve, jede druhému naproti. Hurvínek jezdí do školy stálou rychlostí 22 km/h, Mánička rychlostí 14 km/h. Hurvínek má trasu z domu dlouhou 3,6 km, Mánička 2,8 km. Jednou se Hurvínek při odjezdu z domu o 5 minut opozdil. Jak daleko mu jela Mánička naproti?
3. ^{ML} Jaká číslice se nachází na místě desítek v součtu $1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4+\dots+1\cdot 2\cdot 3\cdot \dots\cdot 2016$?
 1. Najděte všechna trojčíferná čísla, jejichž jedenáctina je rovna součtu druhých mocnin jejich číslic.
 2. Nakreslete do pravidelného pětiúhelníku všechny úhlopříčky. V jakém poměru je délka úhlopříčky k délce strany pětiúhelníku? Úhlopříčky vymezují uvnitř pětiúhelníku geometrický útvar. Jaký je poměr obsahů daného pětiúhelníku a tohoto útvaru?
 3. V krabici jsou jen červené a modré kuličky. Pravděpodobnost vytažení dvou modrých kuliček je o $\frac{17}{43}$ větší než pravděpodobnost vytažení dvou červených kuliček. Kolik červených a kolik modrých kuliček je v krabici, je-li jejich celkový počet zaokrouhlený na stovky 1000?
4. Amatérský kosmonaut Jára Cimrman na planetě UBX váží vzorky horniny pomocí kuchyňské pérové váhy, kterou si vzal ze svého domova na Zemi. Váha má stupnici dlouhou 100 mm s hodnotami 0 g – 1 000 g. Když Jára Cimrman položil nalezený vzorek na váhu, váha se rozkmitala s periodou 1,3 sekundy. Pak se poloha váhy ustálila na 370 gramech. Jaká byla hmotnost vzorku? Jaká byla velikost tíhového zrychlení na povrchu planety?
5. Máme dvě sklenice, jednu přesně z poloviny naplněnou čajem, druhou mlékem. Vezmeme lžičku mléka a rozmícháme ji v čaji. Pak vezmeme lžičku směsi čaje a mléka a rozmícháme ji do mléka. Je více mléka v čaji nebo čaje v mléku?
6. Číslo a_n je vytvořeno postupným napsáním čísel 1, 2, ..., n (např. $a_{12} = 123456789101112$). Najděte nejmenší hodnotu t , pro kterou $11|a_t$.
7. Naleznete všechna prvočísla, pro která hodnota výrazu $V = p^4 - 5p^2 + 4$ není dělitelná číslem 360.
8. Kutil Tim připravil pro školní diskotéku speciální světelné efekty. Použil k tomu 1000 žárovek, které byly očíslovány čísla od 1 do 1000 a zapínaly se speciálním spínačem následujícím způsobem: k -té stisknutí vypínače změnilo stav všech žárovek, jejichž čísla byly dělitelné číslem k . Tedy: na začátku diskotéky byly všechny žárovky vypnuté. Prvním stisknutím vypínače se rozsvítily všechny žárovky. Druhé stisknutí vyplo všechny žárovky se sudými čísly, po třetím stisknutí svítily žárovky s lichými čísly nedělitelnými třemi a žárovky se sudými čísly, které jsou dělitelné 3. Na konci diskotéky, se ukázalo, že Tim spínač stisknul 1000 krát. Které žárovky zářily na konci diskotéky?
9. U kulatého stolu sedí 10 lidí, z nichž každý je buď učitel, který mluví vždy pravdu nebo student, který vždy lže. Dva z nich řekli: "Oba mí sousedé jsou studenti" a zbývajících osm řeklo: "Oba mí sousedé jsou učitelé" Kolik učitelů mohlo být mezi těmito deseti lidmi?
10. Najděte nejmenší přirozené číslo dělitelné číslem 99, které je složeno pouze ze sudých cifer.

FYZIKA

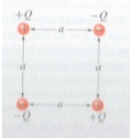
1. Píst kruhového průřezu $0,01 \text{ m}^2$ je spojen hydraulickým ramenem s druhým pístem průřezu $0,05 \text{ m}^2$. Obě komory a ramena jsou vyplněny hydraulickou kapalinou hustoty $900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a větší píst je ve výšce 6 m nad menším pístem. Hydraulické rameno nese jako náklad dvě nádoby a atmosférický tlak vzduchu je 100 kPa . Určete velikost síly působící na větší píst, jestliže v rovnovážném stavu působí na menší píst síla 25 kN .



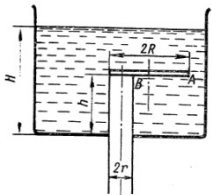
2. Pracovní látkou v Carnotově motoru necht' je dvouatomový ideální plyn a Carnotův cyklus probíhá mezi teplotami 227°C a 27°C . Největší tlak je $p_a = 10^6 \text{ Pa}$ (viz obr.). Během izotermické expanze se objem zdvojnásobí ($a \rightarrow b$). a) Určete tlaky a objemy ve stavech a, b, c, d. b) Určete Q , W , ΔU pro všechny čtyři základní děje Carnotova cyklu. c) Stanovte účinnost motoru pomocí výsledků části b) příkladu a porovnejte ji s výpočtem účinnosti užitím teplot chladice a ohříváče.



3. Určete práci potřebnou na sestavení konfigurace čtyř bodových elektrických nábojů podle obrázku, pokud $Q = 2,3 \text{ pC}$ a $a = 64 \text{ cm}$. Předpokládejte, že náboje byly zpočátku v klidu a nekonečně vzdálené.



4. Vlak jel první polovinu dráhy 1,5-krát větší rychlostí než druhou polovinu dráhy. Průměrný rychlost vlaku na celé dráze byla $43,2 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Určete velikost rychlosti v první a druhé polovině dráhy.
5. První vagón vlaku míjel pozorovatele stojícího u kolejí $t_1 = 1 \text{ s}$, druhý $t_2 = 1,5 \text{ s}$. Délka vagónu je 12 m . Určete velikost zrychlení vlaku a jeho rychlosti na začátku měření času t_1 . Vlak se pohybuje rovnoměrně zrychleně.
6. Z válcové nádoby s vodou je vyvedeno potrubí poloměru r a s výškou okraje h nad dnem nádoby. Potrubí je zakryto deskou kruhového průřezu poloměru R a hmotnosti M . Určete velikost síly, kterou je nutno působit na desku v bodě A aby se otočila a otevřelo se tím potrubí? Výška hladiny v nádobě je H a tloušťka desky je zanedbatelná.



7. Dřevěný kolík je zatlučen v zemi poblíž stožáru lampy do vertikální polohy a má výšku $h = 1 \text{ m}$ nad zemí. Vrhá stín délky $l_1 = 0,8 \text{ m}$. Po přenesení o $d = 1 \text{ m}$ dále od stožáru lampy vrhá stín délky $l_2 = 1,25 \text{ m}$. V jaké výšce nad zemí se nachází lampa?
8. Auto hmotnosti 1275 kg prudce sníží rychlost z 60 km/h na 20 km/h . Předpokládejme, že brzdné destičky mají hmotnost $0,5 \text{ kg}$ a jsou zhotovené z materiálu o měrné tepelné kapacitě $1,1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Brzdové kotouče jsou ocelové a mají hmotnost 4 kg . Předpokládejme dále, že se brzdné destičky a kotouče zahřívají rovnoměrně. Určete přírůstek jejich teploty.